

Vorlesung Strömungslehre

Prof. Dr.-Ing. Christian Oliver Paschereit

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
Einführung

Die mechanische Energie eines durch eine Rohrleitung strömenden inkompressiblen Fluids nimmt durch Umwandlung in innere Energie infolge Reibung ständig ab. Solche Umwandlungsverluste an mechanischer Energie können sich bei Rohrströmungen inkompressibler Medien nur in Form von Druckverlusten äußern, da die kinetische Energie von der Kontinuitätsbedingung bestimmt wird und auch die Energie der Lage unabhängig von den Verlusten im Rohr ist. Man kann deshalb die Bernoullische Gleichung durch ein Druckverlustglied ergänzen. Für stationäre Strömung folgt dann von Gl. (3.12):

$$\frac{c_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + gh_1 = \frac{c_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + gh_2 + \frac{\Delta p_V}{\rho} \quad \text{Gl.(12.1)}$$

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-O. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 2

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
Einführung

Das Druckverlustglied $\Delta p_V/\rho$ hat wie alle anderen Glieder die Dimension des Quadrats einer Geschwindigkeit. Man definiert deshalb für die in Einbauteilen einer Rohrleitung entstehenden Druckverluste eine Druckverlustzahl ζ durch den Ansatz

$$\frac{\Delta p_V}{\rho} = \sum_k \left(\zeta_k \cdot \frac{c_k^2}{2} \right) \quad \text{Gl.(12.2)}$$

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-O. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 3

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
Einführung

c_k ist gewöhnlich die über den Rohrquerschnitt gemittelte Geschwindigkeit

$$c_k = \frac{\dot{V}}{A_k}$$

hinter der Einbaustelle. Durch den Bezug auf eine mittlere Geschwindigkeit wird die Rohrströmung zu einem Stromfaden vereinfacht.

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-O. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 4

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
Einführung

Für den Druckverlust infolge Wandreibung wählt man den Ansatz mit der Rohrreibungszahl λ

$$\frac{\Delta p_V}{\rho} = \sum_i \left(\lambda_i \cdot \frac{L_i}{D_i} \cdot \frac{c_i^2}{2} \right) \quad \text{Gl.(12.3)}$$

und berücksichtigt dabei, dass die der Strömung ausgesetzte innere Rohroberfläche $\sim LD$ ist. c_i ist wieder die mittlere Geschwindigkeit im Rohrquerschnitt A_i . Für die gesamten Verluste einer Rohrleitung kann man also schreiben

$$\frac{\Delta p_V}{\rho} = \sum_i \left(\lambda_i \cdot \frac{L_i}{D_i} \cdot \frac{c_i^2}{2} \right) + \sum_k \left(\zeta_k \cdot \frac{c_k^2}{2} \right) \quad \text{Gl.(12.4)}$$

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-O. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 5

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
Rohrreibungsverluste

- **Rohrreibungszahl bei laminarer Strömung**
Im Kapitel 7.2.2 wurde bereits der Druckverlust Δp_V für die Hagen-Poiseuillesche Rohrströmung hergeleitet. Mit der über den Rohrquerschnitt gemittelten Geschwindigkeit c_m folgt von Gl. (7.27):

$$\frac{\Delta p_V}{\rho} = \frac{64}{\text{Re}} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{c_m^2}{2}$$

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-O. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 6

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN
MIT VERLUSTEN
Rohrreibungsverluste

Der Vergleich mit Gl. (12.3) zeigt, dass für die laminare Rohrströmung die Rohrreibungszahl

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}} = 64 \cdot \left(\frac{\nu}{c_m D} \right) \quad \text{Gl. (12.5)}$$

ist. Für die laminare Rohrströmung gilt ferner (s. vorherige Folie): $\Delta p_V \sim L c_m^2 / D^2$.

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 7

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN
MIT VERLUSTEN
Rohrreibungsverluste

- **Rohrreibungszahl bei turbulenter Strömung**
Versuche zeigen, dass Rohrströmungen nur bei

$$\text{Re} = \frac{c_m D}{\nu} \leq 2300$$

grundsätzlich laminar sind. Nach Überschreiten dieser kritischen Reynoldszahl wird die Strömung durch Strömungen turbulent. Bei guter Rundung des Rohreinlaufs und großem Aufwand zur Vermeidung von Störungen konnte experimentell laminare Strömung bis zu Reynoldszahlen $\text{Re} = 40.000$ erreicht werden.

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 8

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN
MIT VERLUSTEN
Rohrreibungsverluste

Für hydraulisch glatte Rohre (hydraulisch glatt bedeutet, dass eine Verringerung der vorhandenen Rauigkeiten keinen Einfluss auf den Rohrwiderstand hat) hatten wir bereits in Gl. (11.29) ein empirisches Gesetz von Blasius für die Rohrreibungszahl der turbulenten Rohrströmung kennen gelernt, das für $2300 \leq \text{Re} \leq 10^5$ gültig ist. Ein halb-empirisches Gesetz nach Gl. (11.33) erhält man mit Hilfe des universellen logarithmischen Geschwindigkeitsprofils

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2,0 \log(\text{Re} \cdot \sqrt{\lambda}) - 0,8 \quad \text{Gl. (12.6)}$$

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 9

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN
MIT VERLUSTEN
Rohrreibungsverluste

Für seine Herleitung wurde $\text{Re} \gg 1$ angenommen. Experimente zeigen schon eine gute Übereinstimmung ab $\text{Re} = 3.000$. Bei turbulenter Strömung in rauen Rohren kann der Rohrreibungskoeffizient nicht mehr analytisch bestimmt werden. Die Ergebnisse experimenteller Untersuchungen von **Moody für technisch raue Rohre** und von **Nikuradse am sandrauhem Rohr** sind den folgenden Abbildungen zu entnehmen. Während der λ -Wert bei laminarer Strömung nur eine Funktion von der Reynoldszahl Re ist, ist er bei turbulenter Strömung und sehr großen Reynoldszahlen (Re etwa $> 10^5$) nur eine Funktion der Rohrrauigkeit ϵ und im technisch wichtigen Übergangsbereich eine Funktion sowohl der Rauigkeit als auch der Reynoldszahl.

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 10

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN
MIT VERLUSTEN
Rohrreibungsverluste

Die Kurven im Moody-Diagramm entsprechend den folgenden Gleichungen:

Für den Bereich $\lambda = \lambda(\epsilon/D)$ (hydraulisch raue Rohre) gilt:

$$\lambda = \frac{1}{\left[1,14 - 2,0 \cdot \log\left(\frac{\epsilon}{D}\right) \right]^2} \quad \text{Gl. (12.7)}$$

Da in diesem Fall λ von c_m unabhängig ist, gilt hier $\Delta p_V \sim L c_m^2$.

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 11

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN
MIT VERLUSTEN
Rohrreibungsverluste

Für den gesamten turbulenten Bereich $\text{Re} > 10^4$ ist die Formel von Colebrook-White gültig:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \left[\frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} + 0,27 \frac{\epsilon}{D} \right]$$

Sie geht für $\epsilon/D \rightarrow 0$ in Gl. (12.6) und für $\text{Re} \rightarrow \infty$ in Gl. (12.7) über.

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 12

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
Rohrreibungsverluste

Rohrreibungszahl bei nicht-kreisförmigen Rohrquerschnitten

Bei der Berechnung der Rohrreibungszahl λ für turbulente Strömungen in Rohren mit nicht-kreisförmigen Querschnitten benötigt man keine gesonderten Angaben für den Reibungskoeffizienten, wenn man mit dem hydraulischen Durchmesser rechnet:

$$D_{hydr} = \frac{4 \cdot \text{Rohrquerschnitt}}{\text{benetzter Rohrumfang}} \quad \text{Gl.(12.9)}$$

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 13

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
Rohrreibungsverluste

Für den Kreisquerschnitt stimmt der hydraulische mit dem tatsächlichen Durchmesser überein. Gleichung (12.9) geht davon aus, dass die Wandschubspannung über dem gesamten Umfang konstant ist.

Diese Bedingung ist auch bei eckigen Rohrquerschnitten weitgehend erfüllt, weil sich der Hauptströmung in Achsrichtung eine Sekundärströmung ("Sekundärströmung zweiter Art") überlagert. Bei laminaren Strömungen ändert sich der Zahlenwert in Gleichung (12.5), wenn Re mit dem hydraulischen Durchmesser gebildet wird.

Linien gleicher Geschwindigkeit
Sekundärströmung

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 14

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
Rohrreibungsverluste

Rohrreibungszahl für technisch raue Rohre als Funktion der Reynoldszahl und der relativen Rauigkeit nach Moody

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 15

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
Rohrreibungsverluste

Absolute Rauigkeit ϵ für Moody-Diagramm

- Glasrohre, gezogene Messing-, Kupfer- und Bleirohre technisch glatt
 $\epsilon = 0$ bis $1,5 \mu\text{m}$
- handelsübliche Stahlrohre schmiedeeiserne Rohre $\epsilon = 45 \mu\text{m}$
- Rohre aus Gusseisen mit Asphaltüberzug $\epsilon = 125 \mu\text{m}$
- Eisenrohre mit galvanisiertem Überzug $\epsilon = 150 \mu\text{m}$
- gusseiserne Rohre $\epsilon = 250 \mu\text{m}$
- Holzrohre $\epsilon = 180$ bis $900 \mu\text{m}$
- Betonrohre $\epsilon = 0,3$ bis 3mm
- genietete Stahlrohre $\epsilon = 0,9$ bis 9mm

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 16

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
Rohrreibungsverluste

Rohrreibungsbeiwerte nach Nikuradse $\frac{\Delta p_v}{\rho} = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{c_m^2}{2}$; $Re = \frac{c_m \cdot D}{\nu}$

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 17

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
Druckverluste durch Umlenkungen, Querschnittsänderungen und Einbauten

Zusatzverluste bei turbulenter Rohrströmung

Bei turbulenter Rohrströmung treten außer durch Reibung an den Rohrwänden weitere Druckverluste an Stellen auf, an denen Rotations- und Schwingungsbewegungen erzeugt werden. Diese Verluste lassen sich bei Rohrleitungsberechnungen mit dem Ansatz (12.2) berücksichtigen, wenn die ζ -Werte bekannt sind, die gewöhnlich auf die mittlere Geschwindigkeit hinter der Verlustquelle bezogen sind. Die Verlustzahlen ζ für einige Einbauten sind auf den Folien 39-49 angegeben. Zwei wichtige Verlustquellen sind Strömungsablösungen und Sekundärströmungen.

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 18

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN *Druckverluste durch Umlenkungen, Querschnittsänderungen und Einbauten*

- Druckverluste durch Ablösung der Strömung**

Ablösung einer Strömung von einer Wand kann eintreten, wenn das Medium gegen steigenden Druck strömt. Dabei muss (vgl. Kapitel 10.6) die Strömung verzögert werden

$$c \frac{dc}{dx} = - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx}$$

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 19

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN *Druckverluste durch Umlenkungen, Querschnittsänderungen und Einbauten*

In Wandnähe ist wegen der Wandhaftbedingung die Geschwindigkeit aber schon sehr klein, so dass ein Druckanstieg dazu führen kann, dass in diesem Bereich die Geschwindigkeit negativ wird, also Rückströmung eintritt. In den Ablösungszonen treten Verluste auf durch Verwirbelung der Flüssigkeit. Die Wirbelenergie wird durch Reibung in innere Energie verwandelt.

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 20

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN *Druckverluste durch Umlenkungen, Querschnittsänderungen und Einbauten*

Ablösungen treten in Rohrleitungen in Diffusoren auf.

Aufgabe des Diffusors ist die Umwandlung von kinetischer Energie in Druckenergie. Der Druckanstieg im Diffusor führt leicht zu Ablösung. Daher wird der Erweiterungswinkel 2β meist kleiner als 8° gewählt.

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 21

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN *Druckverluste durch Umlenkungen, Querschnittsänderungen und Einbauten*

Auch im Krümmer löst die Strömung gewöhnlich ab.

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 22

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN *Druckverluste durch Umlenkungen, Querschnittsänderungen und Einbauten*

Aus der Eulerschen Bewegungsgleichung normal zur Strömungsrichtung (radiale Druckgleichung) Gl. (3.9) ergibt sich, dass zur Umlenkung einer Strömung der Druck zum Krümmungsmittelpunkt hin fallen muss. Im Krümmer führt das zu einem Druckabfall am Innenrand und einem Druckanstieg am Außenrand. Dort wird die Strömung verzögert und es kann zur Ablösung kommen. Am Ende des Krümmers gleicht sich der Druck quer zur Strömungsrichtung wieder aus. Der dazu erforderliche Druckanstieg an der Innenseite kann zur Ablösung führen, an der Außenseite legt sich die Strömung infolge eines Druckabfalls wieder an.

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 23

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN *Druckverluste durch Umlenkungen, Querschnittsänderungen und Einbauten*

Ablösung wird erzwungen an Kanten. Ein Beispiel dafür ist die plötzliche Erweiterung eines Rohres.

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 24

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN *Druckverluste durch Umlenkungen, Querschnittsänderungen und Einbauten*

Die Verluste lassen sich hierbei ziemlich genau mit dem Impulssatz berechnen. Es ergibt sich:

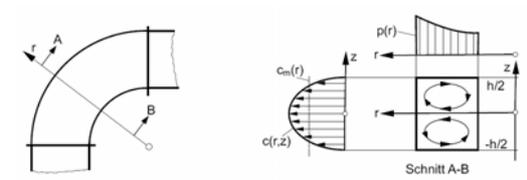
$$\zeta = \left(\frac{A_2}{A_1} - 1 \right)^2$$

Dieser **Borda-Carnotsche Stossverlust** ist der einzige einer Berechnung zugängliche Einzel-Druckverlust bei turbulenter Rohrströmung.

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12. April 2007 25

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN *Druckverluste durch Umlenkungen, Querschnittsänderungen und Einbauten*

- **Verluste durch Sekundärströmung**
Neben den Verlusten durch Strömungsablösung treten in einem Krümmer weitere Verluste durch Sekundärströmung auf. Wir betrachten dazu einen Krümmer mit Rechteckquerschnitt.



Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12. April 2007 26

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN *Druckverluste durch Umlenkungen, Querschnittsänderungen und Einbauten*

In der Schnittebene A - B existiert nach der radialen Druckgleichung (3.9), die hier sinngemäß lautet:

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = \frac{c_m^2(r)}{r}$$

eine nach außen ansteigende Druckverteilung $p(r)$, die von z unabhängig ist. $c_m(r)$ ist die über z gemittelte Geschwindigkeitsverteilung.

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12. April 2007 27

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN *Druckverluste durch Umlenkungen, Querschnittsänderungen und Einbauten*

Infolge der Wandhaftung an der Ober- und Unterseite des Krümmers ($z = \pm h/2$) bildet sich jedoch ein Geschwindigkeitsprofil $c = c(r, z)$ aus. Da der Druck und damit auch der Druckgradient von z unabhängig ist, gilt

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = \frac{c_m^2(r)}{r} = \frac{c^2(r, z)}{r_k} \Rightarrow r_k = r \left[\frac{c(r, z)}{c_m(r)} \right]^2$$

Gl.(12.10)

wobei r_k der örtliche Krümmungsradius der Stromlinien ist. In der Kanalmitte ($z = 0$) ist $c(r, 0) > c_m(r)$, in der Nähe der Krümmerober- und -unterseite ($z = \pm h/2$) ist dagegen $c(r, z) < c_m(r)$.

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12. April 2007 28

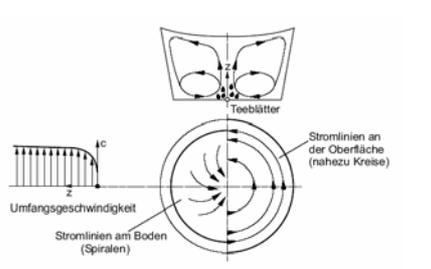
10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN *Druckverluste durch Umlenkungen, Querschnittsänderungen und Einbauten*

Die Stromlinien werden daher in beiden Fällen einen vom Radius r unterschiedlichen Krümmungsradius r_k haben. Die Geschwindigkeitsvektoren in der Schnittebene haben in diesem Fall eine radiale Komponente, die an der Ober- und Unterseite des Krümmers zum Krümmungsmittelpunkt hin, dagegen in der Mitte ($z = 0$) nach außen hin gerichtet ist. Aus Kontinuitätsgründen ergibt sich eine der Grundströmung überlagerte kreisende Bewegung, die zwei gegensinnig drehenden Wirbeln entspricht (Sekundärströmung). Sekundärströmungen entstehen immer dann, wenn eine Strömung mit unterschiedlicher Größe der Geschwindigkeit infolge eines seitlichen Druckgefälles abgelenkt wird. Langsame Flüssigkeitsteilchen erfahren dann wegen Gl. (12.10) eine stärkere Ablenkung als schnellere.

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12. April 2007 29

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN *Druckverluste durch Umlenkungen, Querschnittsänderungen und Einbauten*

Eine Sekundärströmung entsteht zum Beispiel auch in der rotierenden Strömung in einer Teetasse.



Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12. April 2007 30

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
Rohrleitungsberechnung

Mit Gleichung (12.1) lassen sich grundsätzlich alle Rohrleitungen berechnen, wenn die Verluste in den geraden Rohrstrecken nach Gleichung (12.3) und die Verluste in Einbauteilen nach Gleichung (12.2) bekannt sind. Die Rechnung ist besonders einfach, wenn die Reynoldszahl in allen Rohrabschnitten bekannt ist. Im anderen Fall muss wegen λ (Re, Rauigkeit) und ζ (Re, Geometrie) die Reynoldszahl zunächst geschätzt und dann iterativ verbessert werden. Da die Änderungen von λ und ζ mit der Reynoldszahl gewöhnlich klein sind, genügt meist ein einziger Iterationsschritt.

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 31

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
Rohrleitungsberechnung

Der gesamte Druckabfall in einer Rohrleitung als Funktion des Volumenstroms liefert die Kennlinie der Rohrleitung. Von Gl. (12.1) und (12.4) folgt wegen $c_1 = \dot{V}/A_1$; $c_2 = \dot{V}/A_2$ usw.:

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 32

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
Rohrleitungsberechnung

$$p_1 - p_2 = \rho g (h_2 - h_1) + \frac{\dot{V}^2}{2} \rho \left[\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2} + \sum_i \lambda_i \cdot \frac{L_i}{D_i A_i^2} + \sum_k \zeta_k \cdot \frac{1}{A_k^2} \right]$$

oder, wenn λ_i und ζ_i unabhängig von \dot{V} sind,

$$\Delta p = \rho g (h_2 - h_1) + const. \cdot \rho \dot{V}^2$$

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 33

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
Rohrleitungsberechnung

Ein positives Δp muss von Pumpen erzeugt werden. Es gibt zwei prinzipiell verschiedene Pumpenarten. Die Kolbenpumpe liefert für konstante Drehzahl einen konstanten Volumenstrom. Der Pumpendruck ist im wesentlichen durch das Drehmoment des Motors oder die Festigkeit der Pumpenkonstruktion begrenzt.

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 34

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
Rohrleitungsberechnung

Die Kreiselpumpe (oder der Ventilator) hat für konstante Drehzahlen etwa folgende Kennlinien.

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 35

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
Rohrleitungsberechnung

Die der Strömung durch die Pumpe zugeführte Gesamtenergie pro Volumeneinheit:

$$p_t = \left(p_t + \rho \frac{c_1^2}{2} \right) - \left(p_0 + \frac{c_0^2}{2} \right)$$

Im Bereich kleiner Volumenströme gibt es zwischen den verschiedenen Bauarten (Axial oder Radialmaschine) Unterschiede in den Kennlinien. Der Volumenstrom ist leicht durch Drosselung zu regeln.

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 36

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
Rohrleitungsberechnung

Da Pumpe und Rohrleitung vom gleichen Volumenstrom durchströmt werden und die Pumpe gerade den Druck erzeugen muss, der in der Rohrleitung verarbeitet wird, ergeben sich beim Zusammenarbeiten von Pumpe und Rohrleitung Arbeitspunkte als Schnittpunkte der Kennlinie von Pumpe und Rohrleitung. Die erforderliche Pumpleistung ist $P = \Delta p \cdot \dot{V}$.

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 37

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
Zusammenstellung verschiedener Zusatzverluste in Rohrleitungen

- **Einführung**
Zur Berechnung der bei turbulenten Strömungen in Rohrleitungen auftretenden Verluste unterscheidet man Reibungsverluste in geraden Rohren und Zusatzverluste als Folge von Einbauteilen.
Gesamtverluste = Rohrreibungsverluste + Zusatzverluste

$$\frac{\Delta p_V}{\rho} = \sum_i \lambda_i \frac{L_i}{D_i} \frac{c_i^2}{2} + \sum_k \zeta_k \frac{c_k^2}{2}$$

Die im folgenden aufgeführten Verlustzahlen ζ_k beziehen sich gewöhnlich auf die mittlere Geschwindigkeit c_k [hinter](#) der betrachteten Verlustquelle.

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 38

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
Zusammenstellung verschiedener Zusatzverluste in Rohrleitungen

- **Eintrittsverluste**
- gut gerundete Düse

Der Düsenverlust setzt sich zusammen aus dem Druckverlust zur Bildung eines turbulenten Geschwindigkeitsprofils mit $\zeta_p = 0,03 \dots 0,06$ und dem Verlust durch erhöhte Wand Schubspannung im ersten Rohrabchnitt hinter der Düse. Der Reibungsverlust in der Düse selbst ist nur sehr klein. Der Verlustbeiwert der Düse am Eintritt einer Rohrstrecke ergibt sich daraus zu

$$\zeta = 0,06 \dots 0,09$$

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 39

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
Zusammenstellung verschiedener Zusatzverluste in Rohrleitungen

- scharfkantiger Einlauf

Kante mit 90° $\zeta = 0,4 \dots 0,5$
Umlenkung von $90^\circ - 180^\circ$ $\zeta = 0,5 \dots 3$
Verlustbeiwerte abhängig von Kantenschärfe und Kantenwinkel

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 40

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
Zusammenstellung verschiedener Zusatzverluste in Rohrleitungen

- **Querschnittsänderungen**
- Plötzliche Änderung
• Erweiterung, Borda-Carnotscher Stoßverlust

$$\zeta = \left(\frac{A_2}{A_1} - 1 \right)^2$$

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 41

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
Zusammenstellung verschiedener Zusatzverluste in Rohrleitungen

- **Verengung**

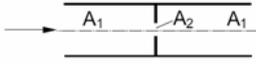
$$\zeta = \alpha \cdot \left(\frac{A_2}{A_1} - 1 \right)^2 \quad \alpha = \begin{cases} 0,6 \\ 1,0 \\ 1,5 \end{cases} \quad \text{für } \frac{A_2}{A_1} = \begin{cases} \rightarrow 0 \\ 0,3 \\ > 0,6 \end{cases}$$

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 42

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
 Zusammenstellung verschiedener Zusatzverluste in Rohrleitungen

- Blende

$$\zeta = \left(\frac{A_1}{A_2 \psi} - 1 \right)^2$$

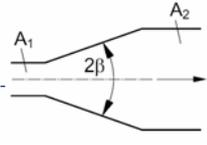
$$\psi = 0,63 + 0,37 \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^3$$


Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
 C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 43

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
 Zusammenstellung verschiedener Zusatzverluste in Rohrleitungen

- Allmähliche Änderung, Kegeldiffusor

Diffusorverluste hängen stark ab von der Grenzschichtdicke und der Turbulenz am Diffusoreintritt. Sie sind geringer, wenn die Energie des stark ungleichförmigen Geschwindigkeitsprofils am Diffusorende in einem anschließenden Rohr durch Vergleichsmässigung des Profils teilweise zurück gewonnen werden kann und nicht beim Austritt ins Freie verloren geht. Oft schlägt man beim Austritt ins Freie die gesamte kinetische Energie am Austritt den Verlusten zu.



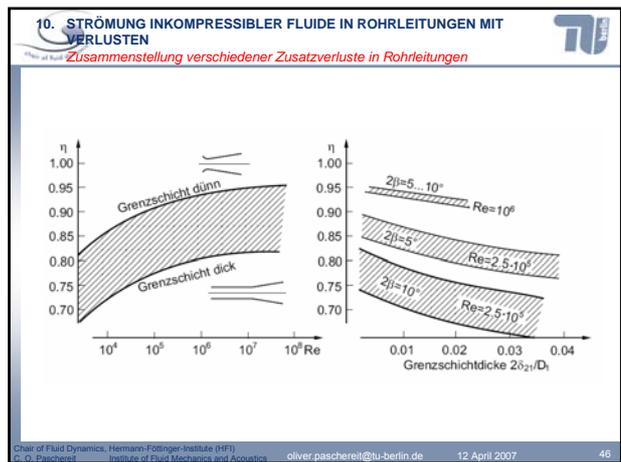
$$\zeta = (1 - \eta) \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 - 1$$

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
 C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 44

10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
 Zusammenstellung verschiedener Zusatzverluste in Rohrleitungen

Der Wirkungsgrad η der Umwandlung von kinetischer in potentielle (Druck-) Energie im Diffusor sinkt mit steigender Rohrrauhigkeit und steigender Grenzschichtdicke und steigt mit der Reynolds-Zahl. Der maximal zulässige Erweiterungswinkel 2β ohne größere Ablösungen in der Strömung sinkt mit steigender Reynoldszahl und Grenzschichtdicke und steigt mit dem Turbulenzgrad. Bei hohen Reynoldszahlen $Re > 10^6$ am Eintritt (dünne Grenzschicht) ist bei einem Flächenverhältnis $A_2/A_1 = 4$ ein Wirkungsgrad $\eta = 95\%$ erreichbar.

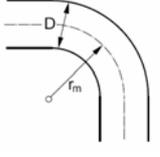
Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
 C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 45



10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
 Zusammenstellung verschiedener Zusatzverluste in Rohrleitungen

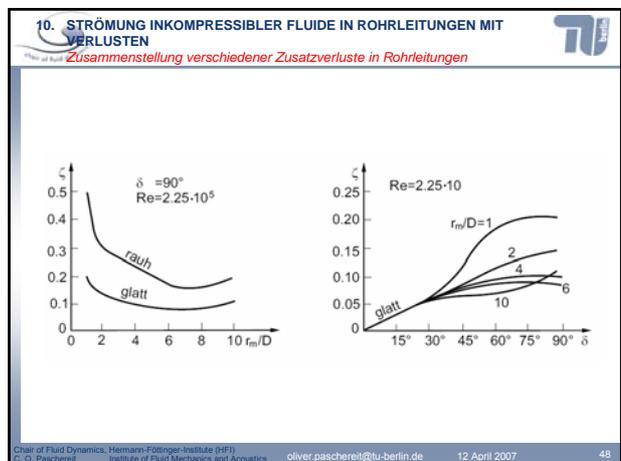
• Richtungsänderungen um den Winkel Krümmen

Der Krümmerverlust hängt ab von der Krümmung r_m/D und der Reynoldszahl, bzw. dem Rohrreibungsbeiwert λ . Formel von Padmarajaiah^a für $\delta = 90^\circ$

$$\zeta = \lambda_k \frac{\pi}{2} \frac{r_m}{D} \left[1 + 9,2 \left(\frac{D}{r_m} \right)^{1,5} \right]$$


^aPadmarajaiah: Strömungswiderstand in gekrümmten Rohrleitungen, Diss. D83, Inst. f. Wasserbau und Wasserwirtschaft, TU - Berlin

Chair of Fluid Dynamics, Hermann-Föttinger-Institute (HFI)
 C.-D. Paschereit, Institute of Fluid Mechanics and Acoustics, oliver.paschereit@tu-berlin.de 12 April 2007 47



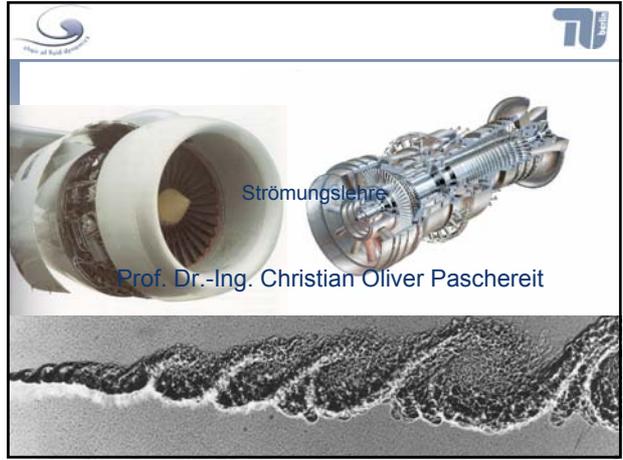
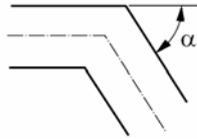
10. STRÖMUNG INKOMPRESSIBLER FLUIDE IN ROHRLEITUNGEN MIT VERLUSTEN
 Zusammenstellung verschiedener Zusatzverluste in Rohrleitungen



- Knie

nach Kirchbach, Schubart gelten folgende Werte

α	10°	15°	22,5°	30°	45°	60°	90°
ζ glatt	0,034	0,042	0,066	0,13	0,24	0,47	1,13
ζ rauh	0,044	0,062	0,15	0,17	0,32	0,68	1,27



Strömungslehre

Prof. Dr.-Ing. Christian Oliver Paschereit